Числовое значение рационального выражения

(7 класс)

Автор: Борзых Наталия Александровна

Упростите выражение

$$\left(\frac{3a}{a-2}-\frac{6a}{a^2-4a+4}\right):\frac{a-4}{a^2-4}-\frac{2a^2+8a}{a-2}.$$

1) $$\frac{3a}{a-2}-\frac{6a}{a^2-4a+4}=\frac{3a}{a-2}-\frac{6a}{(a-2)^2}=$$

$$=\frac{3a(a-2)-6a}{(a-2)^2}=\frac{3a^2-6a-6a}{(a-2)^2}=\frac{3a^2-12a}{(a-2)^2}$$

2) $$\frac{3a^2-12a}{(a-2)^2}:\frac{a-4}{a^2-4}=\frac{3a(a-4)\cdot(a-2)(a+2)}{(a-2)^2\cdot(a-4)}=\frac{3a(a+2)}{(a-2)}$$

3) $$\frac{3a(a+2)}{a-2}-\frac{2a^2+8a}{a-2}=\frac{3a^2+6a-2a^2-8a}{a-2}=\frac{a^2-2a}{a-2}=\frac{a(a-2)}{a-2}=$$

$$=a$$

Упростим выражение

$$\frac{1+\frac{1}{a}}{\frac{6}{b}+\frac{3}{a}+\frac{3}{ab}}-\frac{\frac{ab}{3}}{2a+b+1}. = \frac{ab+b}{3(2a+b+1)} - \frac{ab}{3(2a+b+1)} = \frac{b}{3(2a+b+1)}$$

1) $1+\frac{1}{a} = \frac{a+1}{a}$

2) $\frac{6}{b}+\frac{3}{a}+\frac{3}{ab} = \frac{6a+3b+3}{ba}$

3) $\frac{a+1}{a} : \frac{6a+3b+3}{ab} = \frac{(a+1)\cdot ab}{3a(2a+b+1)} = \frac{ab+b}{3(2a+b+1)}$

4) $\frac{ab}{3} : \frac{2a+b+1}{1} = \frac{ab}{3(2a+b+1)}$

Рассмотрим для примера рациональное выражение

$$\frac{a^2+1}{a-1}+2a.$$

Если $a = 3$, то $\frac{3^2+1}{3-1} + 2 \cdot 3 = \frac{10}{2} + 6 = 5 + 6 =$

$= 11$

Число 11 называют **числовым значением выражения** (1) при $a = 3$.

544. При каких числовых значениях x значение алгебраической дроби равно нулю:

а) $\frac{x-2}{5}$; б) $\frac{x+4}{x}$; в) $\frac{2-x}{x+3}$; г) $\frac{2x+5}{3-x}$; д) $\frac{x^2+x}{x+1}$?

а) $\frac{x-2}{5}=0$, $x-2=0$, $x=2$

б) $\frac{x+4}{x}=0$, $x+4=0$, а $x\neq 0$. т.е. $x=-4$

д) $\frac{x^2+x}{x+1}=\frac{x(x+1)}{x+1}=x$, $x=0$, а $x+1\neq 0$.

т.е. $x=0$

549. Упростив рациональное выражение, найдите его значение:

а) $\left(\frac{a^2}{a+1}-\frac{a^3}{a^2+2a+1}\right):\left(\frac{a}{a+1}-\frac{a^2}{a^2-1}\right)$ при $a=-3$;

1) $\frac{a^2}{a+1}-\frac{a^3}{a^2+2a+1}=\frac{a^2}{a+1}-\frac{a^3}{(a+1)^2}=\frac{a^2(a+1)-a^3}{(a+1)^2}=$

$=\frac{a^3+a^2-a^3}{(a+1)^2}=\frac{a^2}{(a+1)^2}$

2) $\frac{a}{a+1}-\frac{a^2}{a^2-1}=\frac{a(a-1)-a^2}{a^2-1}=\frac{a^2-a-a^2}{a^2-1}=-\frac{a}{a^2-1}$

3) $\frac{a^2}{(a+1)^2}:\left(-\frac{a}{a^2-1}\right)=-\frac{a^2(a-1)(a+1)}{(a+1)^2\cdot a}=-\frac{a(a-1)}{a+1}$

Если $a=-3$, то $-\frac{-3(-3-1)}{-3+1}=-\frac{12}{-2}=6$

551. При каких значениях букв определено выражение:

а) $\frac{a+b}{a}$; б) $\frac{1}{x-1}$; в) $\frac{c}{c+3}$; г) $\frac{a-3}{2a-6}$?

а) $\frac{a+b}{a}$, a - любое число, кроме 0

б) $\frac{1}{x-1}$, x - любое число, кроме 1

в) $\frac{c}{c+3}$, c - любое число, кроме -3

г) $\frac{a-3}{2a-6}$, a - любое число, кроме 3

553. При каких значениях букв определено выражение:

а) $\frac{3}{x^2}$; б) $\frac{x}{x^2+y^2}$; в) $\frac{xy-c}{m^2-n^2}$; г) $\frac{ab+c}{p^2-q^2}$;

д) $\frac{a+b}{a^2-b^2}+\frac{b}{a}$; е) $\frac{xy-5}{x+y}\cdot\frac{x-y}{xy}$; ж) $\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}{a-b}$?

а) $\frac{3}{x^2}$, x - любое число, кроме 0

б) $\frac{x}{x^2+y^2}$; x, y - любое число, кроме $x=0$ и $y=0$

в) $\frac{xy-c}{m^2-n^2}=\frac{xy-c}{(m-n)(m+n)}$; m, n - любое число, кроме $m=n$ и $m=-n$

556. Вычислите значение выражения:

а) $\frac{a+b}{a^2-b^2}+a+\frac{b}{a}$ при $a=3,\ b=4$;

$$\frac{a+b}{a^2-b^2}+a+\frac{b}{a}=\frac{a+b}{(a-b)(a+b)}+\frac{a}{1}+\frac{b}{a}=$$

$$=\frac{1}{a-b}+\frac{a}{1}+\frac{b}{a}=\frac{a+a(a-b)+b(a-b)}{a(a-b)}=$$

б) $\frac{ab}{a^2 + b^2} - a^2$ при $a = -3,\ b = 4;$

557. Упростите выражение и вычислите его значение:

а) $\dfrac{3m^2 + 6mn + 3n^2}{6n^2 - 6m^2}$ при $m = 0{,}5$, $n = \dfrac{2}{3}$;

$$\frac{3m^2 + 6mn + 3n^2}{6n^2 - 6m^2} = \frac{3(m^2 + 2mn + n^2)}{6(n^2 - m^2)} =$$

$$= \frac{(m+n)^2}{2(n-m)(n+m)} = \frac{m+n}{2(n-m)}$$

Если $m = 0{,}5$, $n = \dfrac{2}{3}$, то $\dfrac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)} = \dfrac{\frac{7}{6}}{2 \cdot \frac{1}{6}} = \dfrac{7}{6} : \dfrac{2}{6} = \dfrac{7}{2} = 3\dfrac{1}{2}$

в) $\frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{y^2-x^2} + \frac{1}{x^2+2xy+y^2}\right) =$ при $x = 0{,}35,\ y = 7{,}65;$

$$= \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \left(\frac{1}{(y-x)(y+x)} + \frac{1}{(x+y)^2}\right) =$$

$$= \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \frac{x+y+y-x}{(x+y)^2(y-x)} = \frac{4xy \cdot (x+y)^2(y-x)}{(y-x)(y+x) \cdot 2y} =$$

$$= 2x(x+y)$$

Если $x = 0{,}35$, $y = 7{,}65$, то $2 \cdot 0{,}35 \cdot (0{,}35 + 7{,}65) =$

$$= 0{,}7 \cdot 8 = 5{,}6$$

558. При каких целых значениях x значение дроби:

а) $\frac{3}{x}$; б) $\frac{3x+5}{x+1}$; в) $\frac{5}{x}$; г) $\frac{3}{x-1}$; д) $\frac{x+2}{x+1}$; е) $\frac{4x+9}{x+2}$

является целым числом?

а) $\frac{3}{x}$; $\frac{3}{x}$ - целое число, если $x = \pm 1; \pm 3$

б) $\frac{3x+5}{x+1} = \frac{3x+3+2}{x+1} = \frac{3(x+1)}{x+1} + \frac{2}{x+1} = 3 + \frac{2}{x+1}$

если $x = -3; -2; 0; 1$

в) $\frac{x+2}{x+1} = \frac{x+1+1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$, если

$x = -2; 0$

559. Найдите, если это возможно, числовые значения x, для которых значение алгебраической дроби — натуральное число:

а) $\frac{12}{x+5}$; б) $\frac{x+2}{x}$; в) $\frac{x+2}{x-5}$; г) $\frac{x^2-x}{x+1}$.

а) $\frac{12}{x+5}$

$D(12) = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6\}$

$x+5=1$ $x=-4$

$x+5=2$ $x=-3$

$x+5=3$ $x=-2$

$x+5=4$ $x=-1$

$x+5=6$ $x=1$

559. Найдите, если это возможно, числовые значения x, для которых значение алгебраической дроби — натуральное число:

а) $\frac{12}{x+5}$; б) $\frac{x+2}{x}$; в) $\frac{x+2}{x-5}$; г) $\frac{x^2-x}{x+1}$.

б) $\frac{x+2}{x} = \frac{x}{x} + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$

$D(2) = \{1; 2\} \Rightarrow x = 1, \; x = 2$